Sinkgeschwindigkeit von Luftballons

Wir lassen Luftballons im Treppenhaus der Schule über zwei Stockwerke hinweg zu Boden sinken und messen dabei den zurückgelegten Weg als Funktion der Zeit. Der Weg wird während des Sinkens in zeitlichen Abständen von etwa 0,05 Sekunden mit einem Ultraschall-Entfernungsmesser bestimmt und in einem Datenlogger[1] gespeichert. Das Foto in Abbildungen 1 zeigt die Anordnung von Ultraschallgerät und Datenlogger oben im Treppenhaus – hier startet der Ballon, das Foto in Abbildung 2 den Blick ins Treppenhaus vom Endpunkt der Messstrecke aus nach oben.

Abbildung 1 Ultraschall-Entfernungs-messer(links im Bild) und Datenlogger

Abbildung 2 Treppenhaus, Blick von unten

Wir messen die Sinkgeschwindigkeit für verschieden schwere Ballons. Die (Gesamt-) Masse der Ballons wird durch Anhängen von 1-, 2- oder 5-Cent-Münzen variiert[2]. Ein Beispiel für die aufgezeichneten Messwerte (Entfernung vom Startort in Abhängigkeit von der Sinkzeit) zeigt Abbildung 3. Man erkennt, dass die Sinkgeschwindigkeit $v(t)$ zunächst zunimmt und dann erwartungsgemäß konstant ist. In der Abbildung ist das nach etwa 1 Sekunde der Fall.

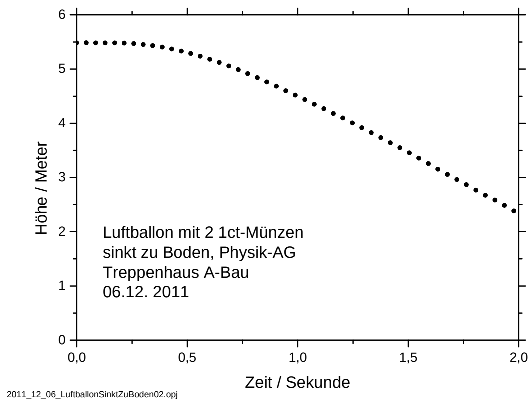

Abbildung 3 Höhe des Luftballons als Funktion der Zeit. Nach etwa 1 Sekunde nimmt die Höhe linear mit der Zeit ab - die stationäre Endgeschwindigkeit ist erreicht.

Setzt man Newtonsche Reibung voraus, ist die Widerstandskraft während des Sinkens gegeben durch $c_W A \rho_L v^2$. Dabei bezeichnet A die Querschnittsfläche des Ballons, c_W den Widerstands-beiwert[3] des Ballons und ρ_L die Dichte der umgebenden Luft (ρ_L = 1,29 kg/m^3) Im stationären Fall ist die Widerstandskraft gleich der Gewichtskraft mg des Ballons. Wie üblich, steht m für die Masse des schweren Körpers (hier für die Masse des Ballons einschließlich der anhängenden Münzen) und

$g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$ für die Fallbeschleunigung. Aus dem Kräftegleichgewicht folgt als Quadrat der Endgeschwindigkeit v

$$(1)\qquad v^2 = \frac{2mg}{c_W A \rho_L}\ .$$

Die Masse m setzt sich, wie beschrieben, zusammen aus der Masse m_B des Ballons und der Masse m_M der angehängten Münzen, also $m = m_B + m_M$. Es folgt

$$(2)\qquad v^2 = \frac{2m_B g}{c_W A \rho_L} + \frac{2g}{c_W A \rho_L}\cdot m_M\ .$$

Das heißt, v^2 ist eine lineare Funktion der angehängten Masse m_M, im Koordinatensystem eine Gerade mit der Steigung $2g/c_W A\rho_L$ und dem Achsenabschnitt $2m_B g/c_W A\rho_L$. Aus den Messwerten für Steigung und Achsenabschnitt lassen sich c_W und m_B bestimmen.

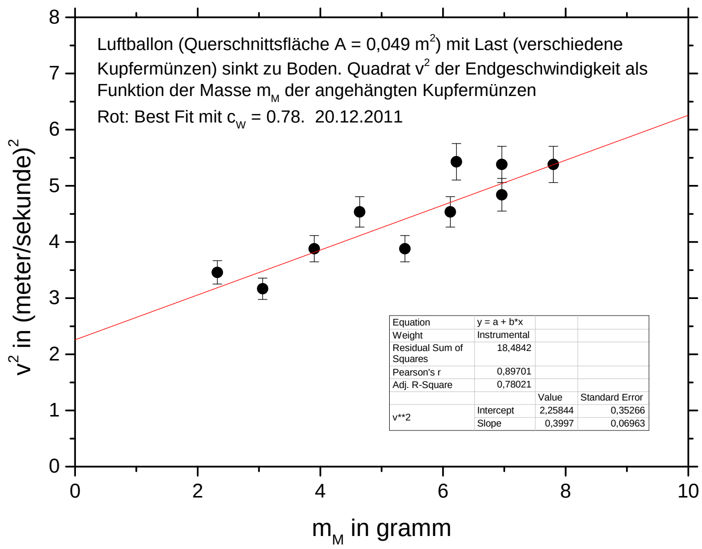

Abbildung 4 Quadrat v^2 der Endgeschwindigkeit eines zu Boden sinkenden Luftballons als Funktion der angehängten Masse m_M der Kupfermünzen. An die Messpunkte wurde eine Funktion nach Gleichung (2) angepasst – mit den Parametern Widerstandsbeiwert c_W und Masse m_B des Ballons (siehe Text).

Abbildung 4 zeigt die Messpunkte von v^2, aufgetragen als Funktion von m_M. An die Punkte wurde eine Gerade angepasst. Sie ergab

$2g/c_W A\rho_L = 399{,}7 \pm 69{,}6\ \mathrm{(m/s)^2/kg}$ (Steigung) und
$2m_B g/c_W A\rho_L = 2{,}258 \pm 0{,}353\ \mathrm{(m/s)^2}$ (Achsenabschnitt).

Die Luftballons hatten in etwa die Form einer Kugel mit einem Durchmesser von 25 cm. Ihre Querschnittsfläche betrug also ungefähr $A = 0{,}0491\ \mathrm{m^2}$. Mit $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$ und $\rho_L = 1{,}29\ \mathrm{kg/m^3}$ folgt daraus als Ergebnis der Messung

$c_W = 0{,}78 \pm 0{,}13$
$m_B = 5{,}6 \pm 0{,}8$ g.

Der c_W-Wert ist immerhin der Größenordnung nach richtig, die direkte Wägung des Ballons ergab eine Masse von 6,8 g – also sind die beiden durch Anpassung bestimmten Werte nicht völlig unvernünftig.

Anmerkungen

[1] Entfernungsmesser *CBL*2 mit angeschlossenem Taschenrechner *TI*-83 Plus (Texas Instruments)

[2] Vorschlag einer Aufgabe des Bundeswettbewerbs Physik 2011 (Juniorstufe)

[3] auch „Strömungswiderstandskoeffizient“ (rekordverdächtige 10 Silben)