Selbst an einem kalten Wintertag wärmt uns die Sonne – sofern sie am Himmel steht. Die Strahlungswärme ist es, die wir spüren. Der Physiker möchte nicht nur wissen, ob die Sonne strahlt, sondern auch wie stark sie das tut. Die Größe, in der er das ausdrückt, heißt Bestrahlungsstärke. Sie gibt an, mit welcher Leistung pro Quadratmeter (Kilowatt/m^2) die Strahlung die Erde trifft. Die Zahl selbst heißt Solarkonstante.

Eine Abschätzung liefert ein einfacher Versuch. Dazu brauchen wir eine Tisch- oder Stehleuchte, die mit einer Glühlampe bekannter Leistung („Watt-Zahl") ausgestattet ist. Möglicherweise benötigen wir auch eine Verlängerungsschnur, denn zum Versuch müssen wir samt Leuchte vor die Tür treten, in die Sonne natürlich – am besten an einem klaren, wolkenlosen und windstillen Tag. Als Strahlungsmessgerät benutzen wir unsere Haut. Die ist im Bereich des Gesichts, wie man liest, sehr empfindlich und kann vor allem *Bestrahlungsunterschiede* zwischen den beiden Gesichtshälften leicht feststellen. Wir lassen daher eine Wange unseres Kopfes von der Sonne bestrahlen, die andere von der Glühlampe der Leuchte. Dabei verändern wir den Abstand zur Leuchte solange, wir das Gefühl haben, von beiden Seiten mit derselben Intensität erwärmt zu werden. Die Bestrahlungsstärken auf unserer linken und rechten Wange sind jetzt gleich[1]. Aus dem Abstand der Glühlampe von unserem Kopf ergibt sich die Bestrahlungsstärke der Sonne.

Mein Selbstversuch ergab, dass mich die Sonne mit derselben Stärke bestrahlt wie eine 100-Watt-Lampe im Abstand von 7 bis 9 cm. Ich nehme einmal an, dass die Glühlampe in alle Raumrichtungen gleich stark strahlt – was vermutlich nicht richtig ist, aber für eine Überschlagsrechnung ausreicht. Dann ist ihre Bestrahlungsstärke auf meiner Wange 100 Watt geteilt durch die Oberfläche einer Kugel mit dem Radius 7 bis 9 cm. Diese Oberfläche ist 4π mal dem Quadrat des Radius, liegt also zwischen 0,062 und 0,102 m^2. Nehmen wir den Mittelwert, nämlich 0,08 m^2, dann erhalten wir 100 W/0.08 m^2 = 1,250 kW/m^2. Die beiden anderen genannten Werte ergäben 2,07 bzw. 0,76 kW/m^2. Unsere grobe Messung liefert also eine Bestrahlungsstärke von der Größenordnung ein Kilowatt pro Quadratmeter. In der Literatur wird angegeben 1,37 kW/m^2. Unsre Abschätzung war also nicht ganz falsch.

Nun möchte man diesen Wert auch objektiv und außerdem genauer bestimmen. Eine Methode besteht darin, einen Absorber in Form einer Metallplatte von der Sonne bestrahlen zu lassen und dessen Erwärmung zu beobachten [z.B. Rau 10]. Die der Sonne zugewandte Oberfläche der Metallplatte wird berußt, damit deren Absorptions- und Emissionsvermögen dem eines schwarzen Körpers nahe kommt. Aus der Rate, mit der die Temperatur der Metallplatte in den ersten Sekunden zunimmt, der Masse der Platte und der spezifischen Wärmekapazität des Metalls erhält man die von der Sonne einfallende Strahlungsleistung. Bezeichnet man diese Größe mit P_S, gilt

(1) $$P_S = c_M m \dot{T} .$$

Dabei ist c_M die spezifische Wärmekapazität des Metalls, m die Masse der Metallplatte und $\dot{T}$ die zeitliche Änderungsrate der Temperatur. Division durch die Plattenfläche A ergibt dann die Bestrahlungsstärke

(2) $$S = \frac{P_S}{A} .$$

Gleichung (1) folgt aus der Tatsache, dass die Strahlungsleistung, die dem Absorber von der Sonne zugeführt wird, zu Beginn der Bestrahlung gleich der Zuwachsrate der Wärmeenergie des Absorbers ist. In die Rechnung (siehe Anhang) ist der Strahlungsaustausch zwischen Absorber und Umgebung mit ein zu beziehen.

Bei meinem Experiment (Abb. 1) bestand der Absorber aus einem Aluminiumzylinder mit dem Durchmesser d = 5,0 cm und der Höhe h = 2,5 cm. Die Mantelfläche des Zylinders wurde mit einem Bohrloch versehen, in das der Sensorstab eines Thermometers eingesteckt wurde. Die der Sonne zugewandten Kreisfläche des Aluminiumzylinders war, wie schon erwähnt, rußgeschwärzt. Seine Rückseite wurde auf eine Styroporscheibe geklebt, um das Metall gegenüber der Umgebungswärme zu isolieren. Aluminiumzylinder und Styroporunterlage befanden sich, gegen Zugluft geschützt, auf der Bodenscheibe eines etwa 40 cm langen Kunststoffrohres. Dieses Rohr wurde auf einer parallaktischen (Fernrohr-) Montierung befestigt. Die gesamte Anordnung war damit in der Lage, dem Lauf der Sonne am Himmel bequem zu folgen. Das heißt, die berußte Oberfläche des Aluminiumzylinders wurde bei allen Messungen so ausgerichtet, dass die Sonne sie senkrecht bestrahlte. Ein Foto der Anordnung zeigt Abb. 2.

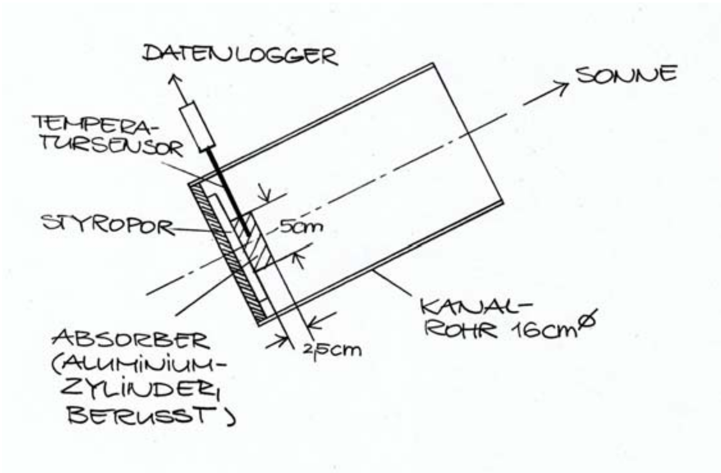

Abb. 1 Versuchsaufbau, schematisch

Der zeitliche Verlauf der Temperatur des Metallzylinders wurde in einem Datenlogger[2] gespeichert. Gemessen wurde in Abständen von 1 Minute. Vor jeder Messung wurde bei abgedunkeltem Metallzylinder gewartet, bis dessen Temperatur über mehrere Minuten konstant war. Erst dann wurde der Metallzylinder dem Sonnenlicht ausgesetzt und der Temperaturanstieg etwa 15 Minuten lang protokolliert. Abbildung 3 zeigt als Beispiel die Daten einer Messung bei hohem Sonnenstand (Elevationswinkel h = 37,2°). Die Rate des Temperaturanstiegs wurde durch Anlegen einer Tangente (nach Augenmaß) an die ersten Messpunkte nach dem Lichteinfall bestimmt. Da die Kurve der Messpunkte gekrümmt ist, kann diese Rate nur mit einer Unsicherheit von etwa ± 5% bestimmt werden. In der vorliegenden Messung beträgt sie 0,02050 ± 0,00094 K/s (Kelvin/Sekunde). Im Übrigen wurde der Zylinder nach etwa 15 Minuten erneut abgedunkelt, so dass seine Temperatur wieder sank.

Abb. 2 Versuchsaufbau

Um den Einfluss der atmosphärischen Extinktion (Absorption und Streuung) des Sonnenlichts zu berücksichtigen, wurde bei verschiedenen Tageszeiten und damit unterschiedlichen Höhenwinkeln h (Elevationen) der Sonne gemessen. Tabelle 1 zeigt die Ergebnisse. Die Bestrahlungsstärke S wurde aus der Anstiegsrate $\dot{T}$ der Temperatur nach Gl. (1) und Gl. (2) berechnet. Dabei wurden für die Größen, die neben $\dot{T}$ in die Bestrahlungsstärke eingehen, folgende Werte eingesetzt: die spezifische Wärmekapazität des Aluminiums c_M = 0,898 kJ/kgK, die Masse des Aluminium-Absorbers m =

0,138 kg und der Flächeninhalt der bestrahlten Absorberfläche $A = 1{,}963 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^2$. Für die Berechnung der Elevationswinkel *h* wurde das Computerprogramm von *Montenbruck* und *Pfleger* [MonP 94] in der Version von *Roth* [Roth] benutzt.

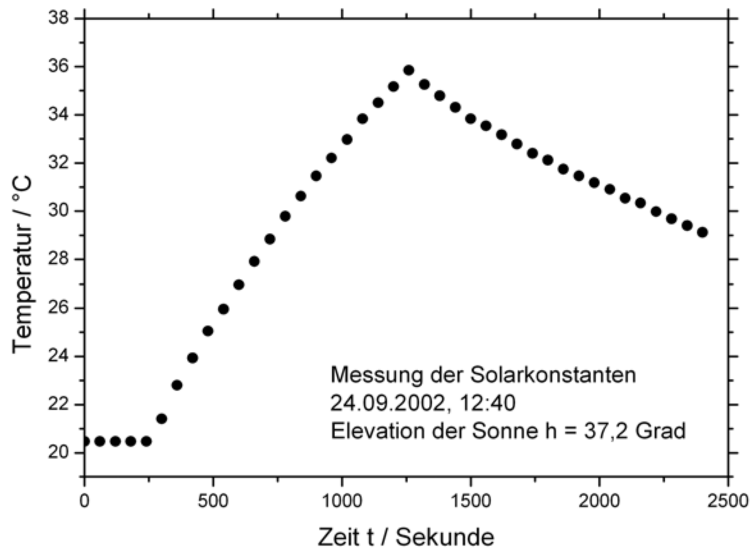

Abb. 3 Absorbertemperatur. Beginn der Bestrahlung bei t = 250 s, Ende bei t = 1250 s.

Zur Extrapolation auf eine Atmosphäre der Schichtdicke Null wurden die Werte der Bestrahlungsstärke *S* als Funktion der Größe 1/sin(*h*) in ein halblogarithmisches Koordinatensystem eingetragen. Abbildung 4 zeigt das Ergebnis. Die Größe 1/sin(*h*) ist proportional zur Länge des Weges der Sonnenstrahlen durch die Atmosphäre. Für eine homogene Atmosphäre der Schichtdicke *H* wäre diese Länge *H*/sin(*h*), wie eine einfache trigonometrische Überlegung zeigt. Die

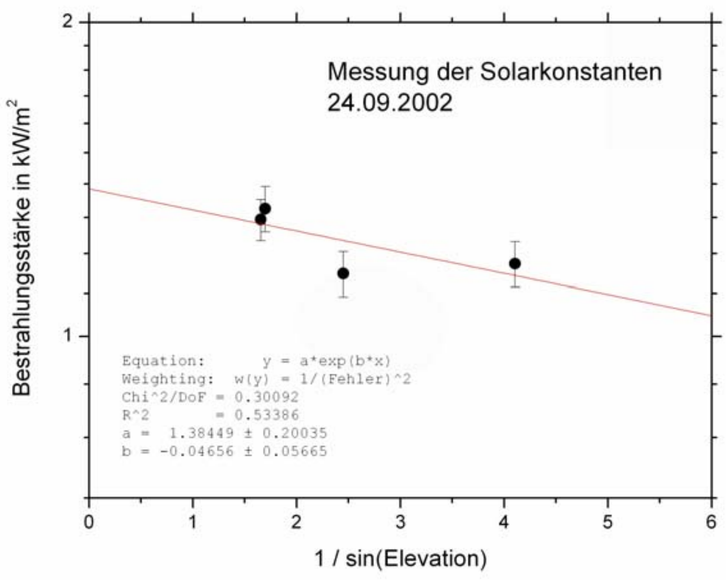

Abb. 4 Extrapolation der Bestrahlungsstärke auf eine Atmosphäre der Schichtdicke Null. Der extrapolierte Wert ist S = 1,38 ± 0,20 kW/m².

logarithmische Teilung der Achse für S (senkrechte Achse) erlaubt eine lineare Extrapolation für $1/\sin(h) \rightarrow 0$, da die Bestrahlungsstärke beim Durchgang durch die Atmosphäre exponentiell abnimmt. Die exponentielle Schwächung der Bestrahlungsstärke folgt aus der Tatsache, dass der Wirkungsquerschnitt für Absorption und Streuung vom durchlaufenen Weg unabhängig ist (Rechnung siehe Anhang).

Tabelle 1 Messergebnis

Uhrzeit[1] (MESZ)	Elevation der Sonne h / Grad	$1/\sin(h)$	Anstiegsrate der Temperatur $\dot{T}$ / Ks^{-1}	Bestrahlungsstärke S / kWm^{-2}
12.33 Uhr	37,2°	1,654	0,02050 ± 0,00094	1,294 ± 0,059
14.39 Uhr	36,1°	1,697	0,02100 ± 0,00105	1,325 ± 0,066
16.40 Uhr	24,1°	2,449	0,01820 ± 0,00091	1,148 ± 0,057
17.52 Uhr	14,1°	4,105	0,01860 ± 0,00093	1,174 ± 0,059

[1]) **Zeitpunkt des Beginns der Messung**

Wie aus Abb. 4 hervorgeht, ergibt die Extrapolation auf eine Atmosphäre der Schichtdicke Null als Bestrahlungsstärke (Solarkonstante) $S = 1{,}38 \pm 0{,}20$ kW/m^2. Der Fehler dieses Wertes (ca. ± 15%) erscheint plausibel, da schon die Temperatur-Anstiegsraten nur auf ± 5% genau bestimmt werden konnten. Als Literaturwert wird angegeben $S = 1{,}37$ kW/m^2.

Dass mein Ergebnis nur wenig von diesem abweicht, ist nicht erheblich. Wichtig ist, dass Mess- und Literaturwert innerhalb der Fehlergrenzen übereinstimmen. Das deutet darauf hin, dass die Messung keinen großen systematischen Fehler enthält.

Literatur

Rau 10 Rausch, Dominik: Messung zur Wärmewirkung der Sonnenstrahlung, www.schuelerkonferenz.edu.tum.de/fileadmin/.../dominik_rausch_2010.pd...

Roth Roth, Daniel: Azimut und Elevation der Sonne, www.infraroth.de/aziele.html

MonP 94 Montenbruck, Oliver und Thomas Pfleger, Astronomie mit dem Personal Computer, Springer, Berlin 1994

Anmerkungen

1 In Aufgabe 1 des 12. Bundeswettbewerbs Physik (2005), für Fortgeschrittene, wird dieser Versuch beschrieben. Er sollte dazu anregen, Aussagen über die Bestrahlungsstärke des Sonnenlichts zu machen.

2 *CBL*-Messwert-Erfassungssystem von *Texas Instruments*, gekoppelt mit dem Taschenrechner *Ti83 Plus*.

Anhang

1. Bestrahlungsstärke und Temperaturanstieg des Absorbers

Der Absorber der Versuchsanordnung bestehe aus einem Material mit der spezifischen Wärmekapazität c_M, habe eine Masse m und eine wirksame Fläche A. Seine (absolute) Temperatur sei T, die Umgebung habe die Temperatur T_U. Er werde von der Sonne mit der Strahlungsleistung P_S bestrahlt. Dann ist die Wärmeleistung $c_M m\dot{T}$, die er netto aufnimmt, gegeben durch

(1) $$c_M m\dot{T} = P_S + A\sigma T_U^4 - A\sigma T^4 \quad .$$

Die Terme, die auf der rechten Seite dieser Gleichung neben der Strahlungsleistung P_S der Sonne erscheinen, sind Strahlungsleistungen, die den (Wärme-) Strahlungsaustausch zwischen Absorber und Umgebung beschreiben. Man erkennt unschwer, dass dafür das *Stefan-Boltzmann*sche Gesetz zuständig ist. Der Term $A\sigma T_U^4$ ist die Leistung, mit der die Umgebung auf den Absorber einstrahlt, und $A\sigma T^4$ die Leistung, die er selbst abstrahlt. Gleichung (1) ist eine Differenzialgleichung in T. Da die beiden Temperaturen T und T_U annähernd gleich sind, entwickeln wir T^4 nach *Taylor*. Das heißt, wir setzen näherungsweise

(2) $$T^4 = T_U^4 + 4T_U^3(T - T_U)\,.$$

Damit vereinfacht sich Gl. (1) zu

(3) $$c_M m\dot{T} = P_S - 4A\sigma T_U^3(T - T_U) \quad .$$

Ein geeigneter Lösungsansatz ist

(4) $$T - T_U = T_\infty(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

mit den Parametern T_∞ und τ. Daraus folgt

(5) $$\dot{T} = \frac{T_\infty}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}\,.$$

Setzt man das in Gl. (3) ein, ergibt sich

$$c_M m\,\frac{T_\infty}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} = P_S - 4A\sigma T_U^3 T_\infty(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

oder, nach Ausklammern des Exponentialterms,

$$e^{-\frac{t}{\tau}}\left[4A\sigma T_U^3 T_\infty - c_M m\,\frac{T_\infty}{\tau}\right] + \left[P_S - 4A\sigma T_U^3 T_\infty\right] = 0\,.$$

Damit die linke Seite dieser Gleichung für alle Zeiten t verschwindet, müssen die Klammern (jede für sich) gleich Null sein. Daraus folgen für T_∞ und τ die Ausdrücke

$$T_\infty = \frac{P_S}{4A\sigma T_U^3} \quad \text{und} \quad \tau = \frac{c_M\, m}{4A\sigma T_U^3}\,.$$

Die Lösung der Differenzialgleichung (1) ist daher

(6) $$T(t) - T_U = \frac{P_S}{4A\sigma T_U^3}\left(1 - e^{-\frac{4A\sigma T_U^3}{c_M\, m}t}\right).$$

Als zeitliche Ableitung von $T(t)$ folgt daraus

$$\dot{T}(t) = \frac{P_S}{c_M\, m}e^{-\frac{4A\sigma T_U^3}{c_K\, m}t}$$

und

(7) $$\dot{T}(0) = \frac{P_S}{c_M\, m} \quad .$$

Das genau wurde in Gl. (1) des Textes behauptet.

2. Extinktion durch die Atmosphäre

Nach dem *Lambert-Beer-Bouguer-Gesetz*[1] wird Strahlung beim Durchgang durch Materie so geschwächt, dass in jeder kleinen Schichtdicke dx die Bestrahlungsstärke S um denselben Bruchteil dS/S abnimmt. Dieser Bruchteil ist proportional zur Schichtdicke dx. Das heißt, es gilt

$$(1) \qquad \frac{dS}{S} = -\mu\, dx$$

Die Größe μ heißt Extinktions- bzw. Absorptionskoeffizient. Durch Integration folgt

$$(2) \qquad \ln \frac{S}{S_0} = -\mu\, x\,,$$

wobei S_0 die Bestrahlungsstärke der einfallenden Strahlung ist. Ist die Sonne von der Erde aus unter dem Elevationswinkel h zu sehen, müssen deren Strahlen eine Schicht der Dicke

$$(3) \qquad x = \frac{H}{\sin(h)}$$

durchlaufen. Dabei ist H die Höhe der Atmosphäre. Damit folgt aus Gl. (2)

$$(4) \qquad \ln(S) = \ln(S_0) - \mu \frac{H}{\sin(h)}\,.$$

Das heißt: $\ln(S)$, aufgetragen über $1/\sin(h)$, geht für $1/\sin(h) \to 0$ gegen $\ln(S_0)$. Das ist die Extrapolation, die zur Bestimmung von S_0 verwandt wurde. Aus Gl. (4) folgt übrigens

$$(5) \qquad S = S_0\, e^{-\mu H/\sin(h)}\,,$$

also ein exponentieller Abfall der Bestrahlungsstärke mit wachsender atmosphärischer Schichtdicke.

[1] siehe z. B. *Gerthsen*, Physik, Kap. 10 (Wellenoptik), 10.3.1 Absorption