

Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit nach Römer

Unser Schreibtischexperiment beginnt damit, dass wir einen astronomischen Kalender zur Hand nehmen und die Tabelle mit den Positionen der Jupitermonde studieren. Im „Kosmos-Himmelsjahr 1998“, Tabelle Jupitermond-Erscheinungen, zum Beispiel lesen wir, dass sich Jupiter am 16.09.1998 in Oppositionsstellung befindet. *Zufällig* beobachtet man auch an diesem Tag einen Austritt des Mondes *Io* aus dem Kernschatten des Planeten (in der Tabelle mit „Verfinstereungsende“, abgekürzt „VE“, bezeichnet), und zwar um 03.05 Uhr MEZ. Dieser Zeitpunkt werde T_0 genannt. In der Tabelle findet man das nächste Verfinstereungsende von *Io* am 18.12.1998 um 22.30 Uhr MEZ.

Nenne diesen Zeitpunkt T und bilde die Differenz $\Delta T = T - T_0$. Das Ergebnis ist

$$\Delta T = 93 \text{ d} + (22.30 - 3.05) \text{ h} = 93^{\text{d}}19^{\text{h}}25^{\text{m}} = 93,809028 \text{ d}.$$

Dabei wurden die Abkürzungen d = Tag, h = Stunde, m = Minute und s = Sekunde benutzt.

Dividiere ΔT durch die synodische Umlaufzeit $T_{Io} = 1,76986 \text{ d}$. Das ergibt 53,003643. Der ganzzahlige Teil dieser Dezimalzahl, also die Zahl 53, ist die Anzahl der Umläufe *Ios* zwischen den beiden Beobachtungszeitpunkten. Die Nachkommastellen entsprechen der Verspätung Δt , die durch die endliche Lichtgeschwindigkeit zustande kommt. Wir rechnen diese in die Einheit Sekunden um:

$$\begin{aligned} \Delta t &= 0,003643 \cdot 1,76986 \text{ d} = 0,0064478 \text{ d} \\ &= 9,28 \text{ m} = 557,1 \text{ s}. \end{aligned}$$

Jetzt zur nächsten Aufgabe – der Berechnung der Wegstrecke ΔD , die das Licht beim zweiten Verfinstereungsende zusätzlich zum Weg beim ersten Verfinstereungsende zurückgelegt hat: Aus der Abbildung liest man ab, dass die Entfernung D zwischen Jupiter und Erde, gerechnet in Astronomischen Einheiten AE ($1 \text{ AE} = 149,6 \cdot 10^6 \text{ km}$), gegeben ist durch

$$D = \sqrt{r^2 + 1^2 - 2r \cos \alpha},$$

Dabei ist r die Entfernung zwischen Jupiter und Sonne und α der heliozentrische Winkel des Jupiter. Mit dem Wert $r = 5,2 \text{ AE}$ folgt

$$D = \sqrt{28,04 - 10,4 \cos \alpha}.$$

Der Winkel α durchläuft 360° während einer synodischen Jupiterperiode, das sind 398,8 Tage (d). Daher gilt

$$\alpha = \frac{360^\circ}{398,8 \text{ d}} (T - T_0).$$

Die Differenz $T - T_0$ ist dabei, wie oben, die seit der Oppositionsstellung vergangene Zeit. Damit ergibt sich für die Entfernung D_0 am 16.09.1998 in Oppositionsstellung ($\alpha = 0^\circ$)

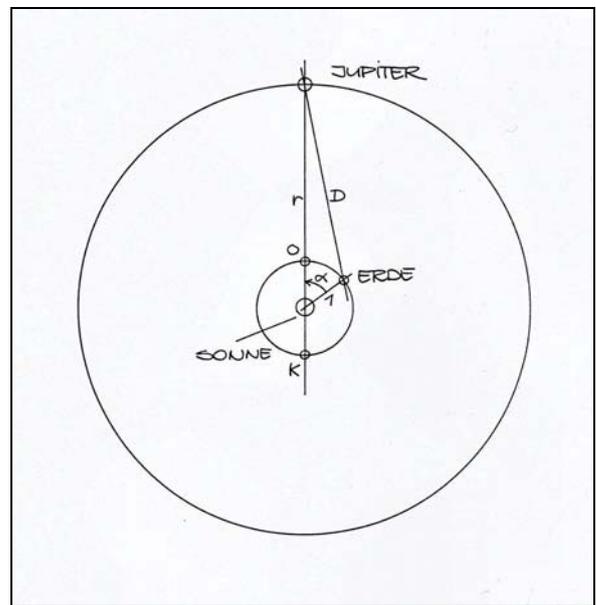


Abbildung Bahnen von Jupiter und Erde und Bestimmung der Entfernung Jupiter-Erde. O : Jupiter in Opposition zur Sonne (nachts), K : Jupiter in Konjunktion zur Sonne (am Tage). Entfernungen in astronomischen Einheiten (AE).

$$D_0 = \sqrt{28,04 - 10,4 \cos 0^\circ} = 4,2 AE .$$

Am 18.12.1998, also 93,81 Tage später, ist der heliozentrische Winkel

$$\alpha = \frac{360^\circ}{398,8 d} \cdot 93,81 d = 84,68^\circ .$$

Daraus folgt für die Entfernung D an diesem Tag

$$D = \sqrt{28,04 - 10,4 \cos 84,68^\circ} = 5,203 AE$$

Die Entfernungsdifferenz $\Delta D = D - D_0$ ist damit

$$\Delta D = (5,203 - 4,200) AE = 1,003 AE = 1,501 \cdot 10^{11} m .$$

Für die Lichtgeschwindigkeit folgt daraus

$$c = \frac{1,501 \cdot 10^8 km}{557,1 s} = 269500 km/s .$$

Zur Fehlerabschätzung nehmen wir an, dass die Verfinsterungsenden auf 1..2 Minuten genau gemessen werden können. Dieser Fehler kommt zustande durch die endliche Ausdehnung des Halbschattengebiets, durch den Winkeldurchmesser der Sonne am Ort des Jupiters, durch die Oberflächenrauigkeit des Jupiters und schließlich durch die Beobachtungsunsicherheiten, die der Blick durch das Fernrohr mit sich bringt. Eine Unsicherheit von 2 Minuten in Δt entspricht einem relativen Fehler von $2/9,28 = 21,6\%$. Mit diesem Fehler ist auch der Wert für c behaftet, so dass unser Ergebnis lautet

$$c = (269500 \pm 58100) km/s .$$

Dieser Wert ist innerhalb der Fehlergrenzen mit dem Literaturwert $c = 299792,458 km/s$ verträglich.

Zur Messunsicherheit ist Folgendes zu bemerken: Der angegebene Fehler ist eine *grobe* Abschätzung des statistischen Fehlers. Darüber hinaus gibt es (leider) einen systematischen Fehler. Dieser entsteht dadurch, dass die Bahnebene nicht zu jeder Zeit durch das Zentrum des Jupiters geht. Nicht zentrale Durchgänge von I_o durch den Jupiterschatten haben zur Folge, dass der Beginn einer Verfinsterung später und das Ende früher erfolgt. Dieser Fehler mittelt sich nur dann in etwa heraus, wenn man die Beobachtungen über einen ganzen Jupiterzyklus von 12 Jahren erstreckt.