

## Compact-Disc (CD) als Reflexionsgitter



Abbildung 1 CD mit Interferenzfarben

Wir halten eine CD mit der „Rillenseite“ ins Licht irgendeiner Lampe und sehen Farben, die sich beim Wechsel von Einfallswinkel und Blickrichtung ändern. Sie entstehen durch Interferenz. Das heißt, Wellenzüge innerhalb des Lichtbündels, die von unterschiedlichen Rillen der CD ausgehen und nach der Reflexion an der CD unser Auge treffen, löschen sich gegenseitig aus oder verstärken sich gegenseitig, je nach Wellenlänge. Von dieser Tatsache machen wir Gebrauch: wir benutzen die CD als optisches Gitter. Sie unterscheidet sich von einem üblichen Gitter dadurch, dass wir das Spektrum der Lichtquelle nicht in Transmission, sondern in Reflexion beobachten. Die Gitterstriche unseres Gitters sind die Rillen (Pitspuren) der CD. Ihr Abstand sei mit  $d$  bezeichnet, er beträgt etwa  $1,6 \mu\text{m}$ . Benutzt man Licht bekannter Wellenlänge, beispielsweise das eines *He-Ne*-Lasers, lässt sich aus der Lage der Beugungsmaxima der genaue Wert für  $d$  bestimmen<sup>1</sup>.

Wir richten die Versuchsanordnung so ein, dass wir weit entfernt von unserem Reflexionsgitter (der CD) beobachten. Alle Wellenzüge des Lichtstrahls, der unsere Anordnung durchläuft, sind dann parallel zueinander (*Fraunhofersche Näherung*). Das erleichtert die Berechnung ihrer gegenseitigen Gangunterschiede, die wir jetzt betrachten. Wir beginnen mit dem in Abbildung 2a) skizzierten Sonderfall, bei dem das Licht senkrecht auf das Gitter einfällt. Die Wellenzüge 1 und 2 der Abbildung treffen auf benachbarte Rillen und werden beide unter dem Winkel  $\theta$  reflektiert. Die reflektierten Wellenzüge, mit  $1'$  beziehungsweise  $2'$  bezeichnet, haben dann den Gangunterschied

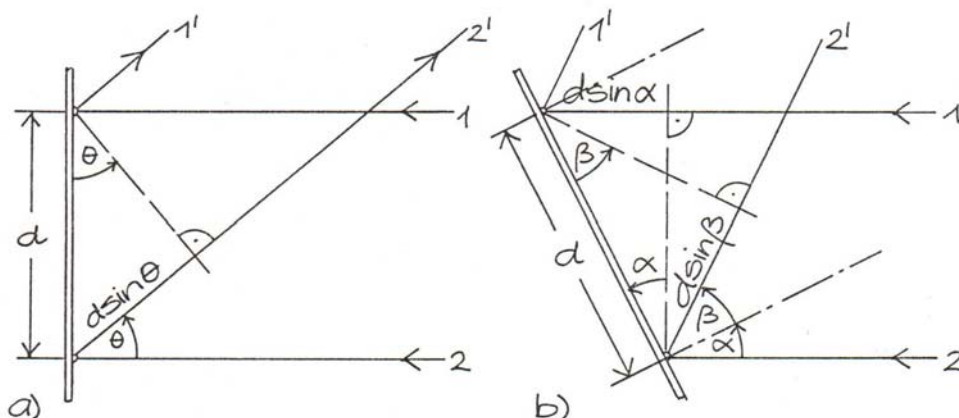


Abbildung 2 Reflexionsgitter, a) senkrechter Einfall, b) schräger Einfall

$d \sin \theta$ . Diese Strecke muss Wellenzug  $2'$  in Richtung auf den weit entfernten Detektor (zum Beispiel das Auge) gegenüber Wellenzug  $1'$  zusätzlich zurücklegen. Beugungsmaxima liegen vor, wenn dieser Gangunterschied ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge  $\lambda$  ist. Also erhält man in

diesem Fall für den Winkel  $\theta$ , unter dem Maxima erscheinen, die vom üblichen Transmissionsgitter her bekannte Formel

$$(1) \quad \sin \theta = n \frac{\lambda}{d}, \quad n \in N_0 .$$

Bildet die Flächennormale der  $CD$  mit der Richtung des einfallenden Strahls den Winkel  $\alpha$  ( $\alpha \neq 0$ ), wie in Abbildung 2b), so haben Wellenzüge, die von benachbarten Gitterstrichen (Rillen) ausgehen, den Gangunterschied<sup>2</sup>  $d(\sin \beta - \sin \alpha)$ . Daher gilt für die Lage der Beugungsmaxima in diesem Fall

$$(2) \quad \sin \beta - \sin \alpha = n \frac{\lambda}{d}, \quad n \in N_0 .$$

Messungen von Wellenlängen in dieser Anordnung erfordern die (zumindest indirekte) Messung von zwei Winkeln. Wir interessieren uns dafür, wie *genau* sich diese Wellenlängen bestimmen lassen. Dazu drücken wir die Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  durch Seitenverhältnisse von rechtwinkligen Dreiecken aus, die sich aus der Geometrie der Versuchsanordnung ergeben: Es gilt (Abbildung 3)

$$(3) \quad \tan(2\alpha) = \frac{x_0}{L} \quad \text{und} \quad \tan(\alpha + \beta) = \frac{x_1}{L} .$$

Dabei sind  $x_0$  und  $x_1$  die Entfernungen der Maxima nullter bzw. erster Ordnung auf dem Schirm, gerechnet vom Durchstoßpunkt des einfallenden Strahls aus. Das Maximum nullter Ordnung ist das nicht in Farben aufgefächerte Bild des Spalts, dessen Lage aus dem Reflexionsgesetz der

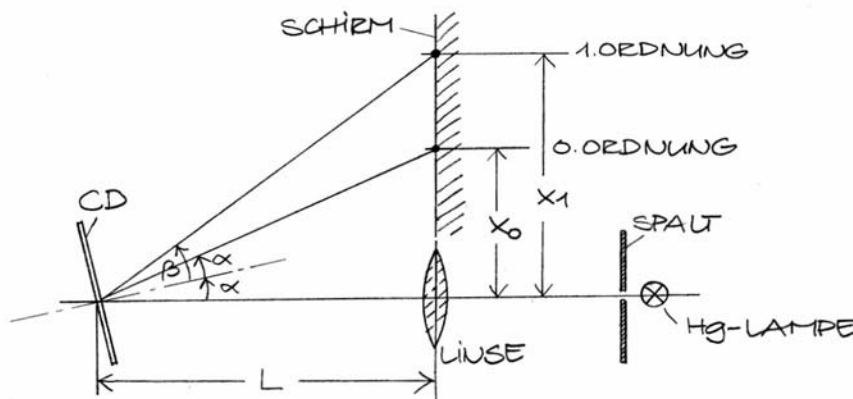


Abbildung 3 Geometrie zur Messung von Wellenlängen, Gleichung (4)

Strahlenoptik folgt. Mit  $L$  ist der Abstand des Schirms vom Gitter bezeichnet. Löst man Gleichungen (3) nach  $\alpha$  und  $\beta$  auf und setzt die entsprechenden Terme in Gleichung (2) ein, so erhält man in der ersten Ordnung ( $n = 1$ )

$$(4) \quad \lambda = d \left[ \sin \left( \arctan \frac{x_1}{L} - \frac{1}{2} \arctan \frac{x_0}{L} \right) - \sin \left( \frac{1}{2} \arctan \frac{x_0}{L} \right) \right] .$$

Mit Hilfe dieser Gleichung bestimmen wir die Wellenlängen. Für die Fehlerabschätzung machen wir eine grobe Näherung: Wir setzen  $\sin \alpha \approx \tan \alpha \approx \alpha$  (und entsprechend für  $\beta$ ), obwohl die Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  nicht klein sind. Dann gilt

$$(5) \quad \lambda \approx d \left( \frac{x_1}{L} - \frac{x_0}{L} \right) .$$

Aus dieser Gleichung lässt sich der relative Fehler von  $\lambda$  abschätzen:

$$(6) \quad \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta x_1 + \Delta x_0}{x_1 - x_0} .$$

Und nun zur eigentlichen Messung: Wir testen unsere Methode anhand einiger Spektrallinien des Quecksilbers. Die bereits erwähnte Abbildung 3 zeigt die Messanordnung. Ein optischer Spalt wird von einer Quecksilberdampf Lampe beleuchtet und das austretende Licht durch eine Linse in Richtung auf die *CD* gebündelt. Die Reflexion erfolgt an einem schmalen Streifen der *CD*, in dem die Rillen parallel zum Spalt verlaufen. Der Rest der *CD* wird abgedeckt. Das zurückgeworfene Licht trifft auf einen Schirm, der sich ungefähr in Höhe der Linse befindet (Abbildung 3). Die Position der Linse und ihre Brennweite werden so gewählt, dass auf dem Schirm sowohl das Bild des Spalts (die nullte Ordnung) als auch die Spektrallinien erster Ordnung hinreichend scharf sind. Zunächst messen wir die Werte für  $x_0$  und  $L$ , die unabhängig von der Lage der Linien sind:  $x_0 = (73 \pm 1)$  mm und  $L = (280 \pm 1)$  mm. Daraus folgt  $\alpha = 7,3063^\circ$  und  $\sin\alpha = 0,1272$ . Für den Rillenabstand  $d$  benutzen wir den von uns in einem unabhängigen Experiment bestimmten Wert<sup>3</sup>  $d = (1,61 \pm 0,03)$   $\mu\text{m}$ . Unsere Messwerte von  $x_1$ , das heißt, die Lage der Spektrallinien im Spektrum, sind in Spalte 2 der Tabelle aufgeführt.

Tabelle

Linie	$x_1/\text{mm}$	$\beta/\text{Grad}$	$\sin\beta - \sin\alpha$	$\lambda/\text{nm}$ diese Messung	$\lambda/\text{nm}$ Literatur
Gelb	$208,0 \pm 0,5$	29,301	0,36222	$583 \pm 19$	578
Grün	$198,5 \pm 0,5$	28,028	0,34272	$552 \pm 18$	546
Blau	$167,5 \pm 0,5$	23,582	0,27289	$439 \pm 17$	436
UV <sub>1</sub>	$160,0 \pm 1,0$	22,439	0,25422	$410 \pm 19$	405
UV <sub>2</sub>	$150,5 \pm 1,0$	20,952	0,23041	$371 \pm 18$	365

Mit diesen Daten von  $x_1$  und den vorab oder unabhängig gemessenen Werten  $d = (1,61 \pm 0,03)$   $\mu\text{m}$ ,  $x_0 = (73 \pm 1)$  mm und  $L = (280 \pm 1)$  mm wurden die Wellenlängen in Spalte 5 der Tabelle berechnet. Sie stimmen innerhalb der Fehlergrenzen mit den Literaturwerten überein, weichen aber systematisch etwas nach oben ab. Der nach Gleichung (6) berechnete relative Messfehler beträgt für die blaue Linie  $\pm 3,9\%$ , für die anderen Linien ist er vergleichbar groß.

Die systematische Abweichung der gemessenen Wellenlängen gegenüber den Literaturwerten beträgt weniger als 1 %. Sie könnte dadurch erklärt werden, dass für den Rillenabstand der Wert  $d = (1,61 \pm 0,03)$   $\mu\text{m}$  statt der üblichen 1,6  $\mu\text{m}$  benutzt wurde. Eine fehlerhafte Bestimmung von  $x_0$  und  $L$  ist unwahrscheinlich.

## Anmerkungen

<sup>1</sup> D. Ohlmann, Eine Compact Disk als Versuchsgerät im Physikunterricht, Praxis der Naturwissenschaften – Physik 2/43 (1994).

<sup>2</sup> Wellenzug 1 muss vor der Reflexion eine um  $d\sin\alpha$  längere Strecke zurücklegen als Wellenzug 2. Dieser, nach der Reflexion mit 2' bezeichnet, muss auf dem Rückweg gegenüber Wellenzug 1' die Strecke  $d\sin\beta$  zusätzlich durchlaufen. Im weit entfernten Detektor (Auge) beträgt der Gangunterschied daher  $d(\sin\beta - \sin\alpha)$ .

<sup>3</sup> Der Wert  $d = (1,61 \pm 0,03)$   $\mu\text{m}$  wurde wie bei <sup>1</sup>) durch Reflexion eines He-Ne-Laserstrahls ( $\lambda = 632,8$  nm) an einer *CD* gemessen.