

Der Versuch *Chladnische Klangfiguren*<sup>1</sup> war ein Renner unter den Praktikumsversuchen in meinem Physik-Leistungskurs<sup>2</sup>. Mehrere Schülergruppen (u. a. *Birger Anderheggen* und *Jürgen Rudolph* [AndR], *Jochen Burg* und *Markus Fritsche* [BurF], *Holger Mönch* und *Matthias Lichius* [MönL] und *Albert Schrey* und *Frank Homann* [SchrH]) haben dazu Messprotokolle hinterlassen. *Holger Mönch* hat sogar einen Teil der Figuren fotografiert. Wenn nachfolgend von „wir“ bzw. „uns“ die Rede ist, sind diese Schüler gemeint. Im Übrigen waren auch Schülerinnen an den Versuchen beteiligt, deren Aufzeichnungen sind aber verschollen. Die Protokolle habe ich nach langer Zeit noch einmal durchgesehen – und stellte fest, dass man die beobachteten Figuren in den meisten Fällen theoretisch berechneten oder anderweitig gemessenen *Chladni*-Moden zuordnen kann. Diese Zuordnung und der Vergleich mit der Theorie bzw. mit den Messergebnissen anderer sind mein Beitrag zu dieser Arbeit. Daher erscheint weiter unten statt des „wir“ stellenweise ein „ich“.

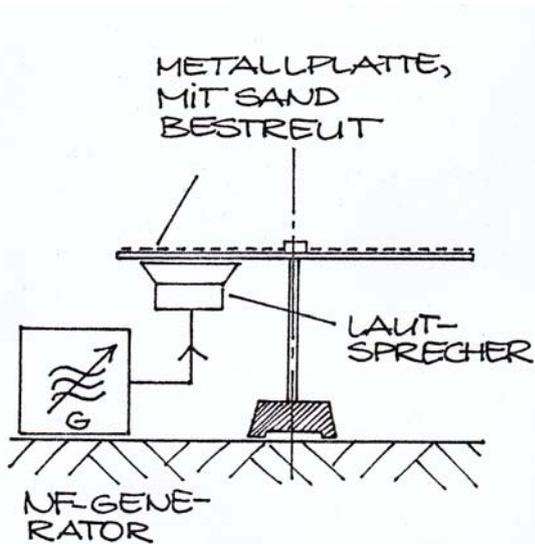


Abb. 1 Versuchsaufbau schematisch

Bei den *Chladnischen* Klangfiguren geht es um Eigenschwingungen biegesteifer Platten. *Ernst F. Chladni* [Chla 87, Chla 02, Chla 17] war der erste, der sie sichtbar machte. Er bestreute eine Metallplatte mit Sand und strich mit einem Geigenbogen über eine ihrer Seitenkanten. Dadurch wurde die Platte in Schwingungen versetzt und der Sand sammelte sich in den Knotenlinien der Schwingungsmoden, die der Bogenstrich anregte. Heutzutage regt man die Schwingungen der Platte in der Regel durch Schallwellen an, die ein Lautsprecher erzeugt. Der Versuchsaufbau ist einfach. Abbildung 1 zeigt eine schematische Skizze. Man verbindet den Ausgang eines Niederfrequenzgenerators (*NF-Generator*) mit einem kleinen Lautsprecher (als Physik-Experimentiergerät unter dem Namen *Schallkopf* bekannt) und lässt diesen eine waagrecht eingespannte Metallplatte von unten

beschallen. Die Oberseite der Platte wird möglichst gleichmäßig mit feinem Sand bestreut. Beim *NF-Generator* stellt man als Schwingungsform einen reinen Sinuston ein und versucht dann, durch behutsames Verändern der Frequenz eine der Schwingungsmoden in Resonanz anzuregen. Eine Schwingung macht sich dadurch bemerkbar, dass der Sand in den Schwingungsbäuchen in heftige Bewegung gerät und sich nach kurzer Zeit ganz (manchmal auch nur zum Teil) in den Knotenlinien sammelt. Ein Foto der Anordnung zeigt Abb. 2. Um den Kontrast zwischen Knotenlinie und (schwarzer) Platte zu erhöhen, wurde in diesem Fall weißes Salz statt Sand benutzt.



Abb. 2 Versuchsaufbau. Um die Knotenlinie besser sichtbar zu machen, wurde weißes Salz an Stelle von Sand auf die Platte gestreut

Eine Metallplatte hat in der Regel viele Schwingungsmoden und

entsprechend viele Resonanzfrequenzen. Einige dieser Moden lassen sich gut anregen und liefern ausgeprägte und „schöne“ Knotenlinien-Figuren. Dazu muss man allerdings die zugehörige Frequenz sehr genau treffen, denn die Resonanzen sind ziemlich schmalbandig – jedenfalls aus der Sicht eines Experimentators, der die Frequenz des *NF*-Generators von Hand einstellen muss. Grobmotoriker würden vermutlich kaum Resonanzen finden.

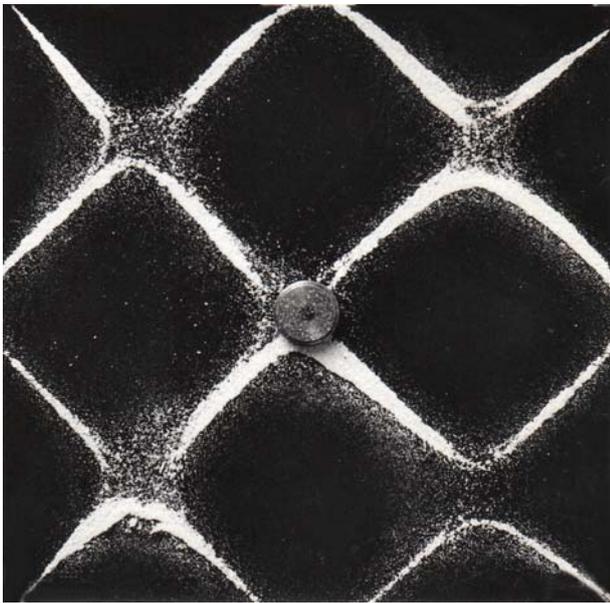


Abb. 3 Chladni-Figur auf quadratischer Platte,  $f = 1053 \text{ Hz}$ , Foto: Holger Mönch

Mich interessierte natürlich, wie man die Eigenfrequenzen und Knotenlinienmuster der einzelnen Moden berechnet. Nun sind Biegeschwingungen dünner Platten nicht gerade einfach zu behandeln und Literatur dazu kannte ich nicht. Ich ließ das Thema ruhen – bis ich vor einigen Jahren erfuhr, dass *L. Hörchens*, ein ehemaliger Schüler unserer Schule, eine Dissertation [Hör 10] geschrieben hatte, die sich mit Biegewellen (*flexural waves*) befasste. *L. Hörchens* machte mich auf den NASA-Report *Vibration of Plates* von *A. W. Leissa* [Lei 69] aufmerksam. Dort sind u. a. Knotenlinien- und Amplitudenmuster für frei bewegliche, quadratische und kreisförmige Platten dargestellt – zusammen mit den zugehörigen Eigenfrequenzen.

Erst kürzlich entdeckte ich eine weitere Arbeit zum Thema Biegeschwingungen, verfasst von *E. Bärnighausen* [Bär 96]. Sie listet die Figuren und Eigenfrequenzen einer ganzen Reihe von *Chladni*-Moden auf – und zwar genau für die Platten, die auch in meinem Unterricht benutzt wurden. Als ich sie las, war mir klar, dass das Thema *Chladni*-Figuren damit für die Schulphysik erschöpfend behandelt worden war und die Auswertung der alten Schülerprotokolle dem Thema nichts Neues hinzufügen konnte.

Ich bin trotzdem der Meinung, dass die Praktikumsarbeiten meiner Schüler und Schülerinnen einen gewissen Wert haben. Einmal deswegen, weil sie in der Hektik des Schulalltags ausgeführt wurden und keineswegs Präzisionsmessungen darstellen. Die Frage ist: Kann man unter diesen Bedingungen überhaupt sinnvoll Experimente durchführen, und liefern solche Experimente „vernünftige“ Ergebnisse? Die Schüler(innen) hatten für die Versuche gerade einmal 90 Minuten

Daher kam es unter meinen Schülern und Schülerinnen bald zu einem Wettbewerb, bei dem es darum ging, möglichst viele und möglichst „schöne“ Figuren zu erzeugen. Gemessen wurden an quadratischen und an kreisförmigen Stahlplatten. Abbildung 3 zeigt als Beispiel das Knotenlinienmuster einer quadratischen, punktförmig in der Mitte befestigte Platte, das sich bei einer Frequenz von 1053 Hz einstellte. Abbildung 4 zeigt ein Muster für eine kreisförmige, ebenfalls im Mittelpunkt befestigte Platte, das bei 2000 Hz beobachtet wurde.

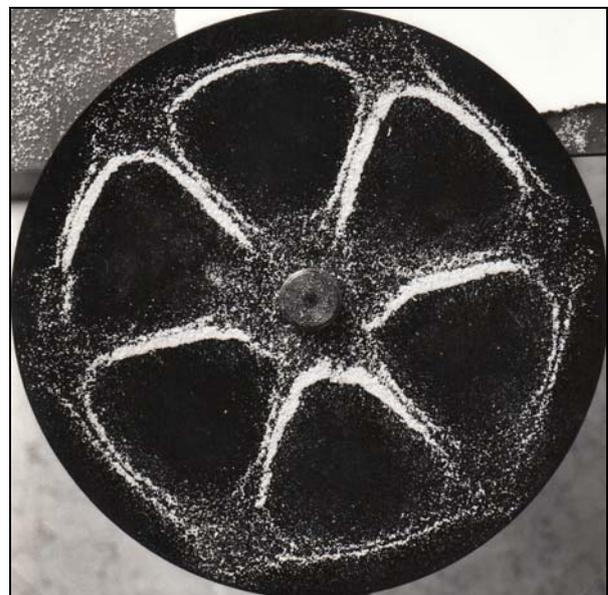


Abb. 4 Chladni-Figur auf kreisförmiger Platte,  $f = 2000 \text{ Hz}$ , Foto: Holger Mönch

Zeit. Zum anderen war die Versuchsanordnung bei unseren Messungen in einem Punkt verschieden von denen, die in den beiden genannten Arbeiten diskutiert werden. Die Messungen von *Bärnighausen* wurden an Platten ausgeführt, die frei beweglich waren. Sie erfüllten die Randbedingung, die bei *Leissa* „completely free“ genannt wird. Unsere Platten dagegen waren, aus praktikablen Gründen, mit einer einzigen Schraube genau in deren Mitte fixiert (Abb. 1 und 2). Davon abgesehen waren sie allerdings frei beweglich, vor allem an den Rändern. Daher stellt sich die Frage: Kann man die Messungen von *Bärnighausen* und die bei *Leissa* aufgeführten Ergebnisse der Rechnungen für völlig frei bewegliche Platten überhaupt mit unseren Experimenten zusammenbringen?

Intuitiv betrachtet, sollte das in denjenigen Fällen möglich sein, bei denen mindestens eine Knotenlinie durch den Mittelpunkt der Platte verläuft (oder bei denen sich genau ein Knotenpunkt in der Mitte befindet). Denn unsere Befestigungsschraube in der Plattenmitte unterdrückt die Schwingung der Platte ja genau an einer Stelle, an der ohnehin keine Bewegung stattfindet. Beim Flageolet einer Geige ist die Situation ähnlich. Ein leichter Fingeraufsatz im Knotenpunkt der Saitenschwingung verändert den Ton der Oberschwingung nicht<sup>3</sup>. Ob diese Überlegung richtig ist, sollte das Experiment entscheiden. Ich versuchte daher zum einen, die von meinen Schülern und Schülerinnen (und von mir) beobachteten *Chladni*-Figuren und gemessenen Resonanzfrequenzen den Zeichnungen und Tabellenwerten von *Leissa* zuzuordnen. Zum anderen prüfte ich nach, in wie weit unsere Messergebnisse mit den weitaus präziseren Resultaten von *Bärnighausen* übereinstimmen.

Zu den Tabellen von *Leissa* ist zu bemerken: Die Ergebnisse der Rechnungen für völlig frei bewegliche quadratische Platten finden sich in Tabelle 4.65, die für völlig frei bewegliche kreisförmige Platten in Tabelle 2.5. Dort sind die Eigenfrequenzen  $f$  der Schwingungsmoden in der Form eines Parameters  $\lambda^2$  aufgeführt, der definiert ist als

$$(1) \quad \lambda^2 = \omega a^2 \sqrt{\frac{\rho h}{D}}.$$

Dabei ist  $\omega = 2\pi f$  die (Kreis-)Frequenz der Schwingung,  $a$  die Seitenlänge der quadratischen Platte,  $\rho$  die Dichte des Plattenmaterials und  $h$  die Dicke der Platte. Die Größe  $D$  ist die Biegesteifigkeit des Materials und gegeben durch

$$(2) \quad D = \frac{E h^3}{12(1 - \nu^2)}.$$

Hierbei ist  $E$  der Elastizitätsmodul des Materials und  $\nu$  die *Poissonsche* Querkontraktionszahl. Stahl beispielsweise hat die Werte  $E = 210$  GPa,  $\rho = 7850$  kg/m<sup>3</sup> und  $\nu \cong 0,3$ .

Die Arbeit von *Bärnighausen* enthält neben seinen Messergebnissen theoretische Werte der Eigenfrequenzen für eine Reihe von Querkontraktionszahlen. Im Fall der kreisförmigen Platte wurden diese nach *Kirchhoff* [Kir 50] berechnet, für die quadratische Platte nach einem von *Iguchi* [Igu 53] angegebenen Verfahren<sup>4</sup>. Der Eigenwertparameter  $\varepsilon$ , den *Bärnighausen* an Stelle von  $\lambda^2$  benutzt, ist gleich  $\lambda/\pi$ . Damit berechnen sich die Eigenfrequenzen zu

$$(3) \quad f = \frac{h}{2\pi a^2} \cdot \sqrt{\frac{E}{12\rho(1-\nu^2)}} \cdot \lambda^2 \quad \text{oder} \quad f = \frac{\pi h}{2a^2} \cdot \sqrt{\frac{E}{12\rho(1-\nu^2)}} \cdot \varepsilon^2.$$

Die Zeichnungen in der Arbeit von *Leissa* enthalten nicht nur die Eigenfrequenzen und Knotenlinien der Schwingungsmoden, sondern in einigen Fällen auch den Verlauf der „Höhenlinien“ gleicher Amplitude. *Bärnighausen* präsentiert Fotos aller von ihm beobachteten Figuren, ebenfalls mit den zugehörigen Frequenzen. Seine Arbeit enthält darüber hinaus die übliche Bezeichnung der Schwingungsmoden, insbesondere für die quadratischen Platten. Es war daher kein Problem, die von uns beobachteten *Chladni*-Muster eindeutig den Rechnungen bzw. Messungen dieser beiden Arbeiten zuzuordnen. Abbildung 5 zeigt ein Beispiel.

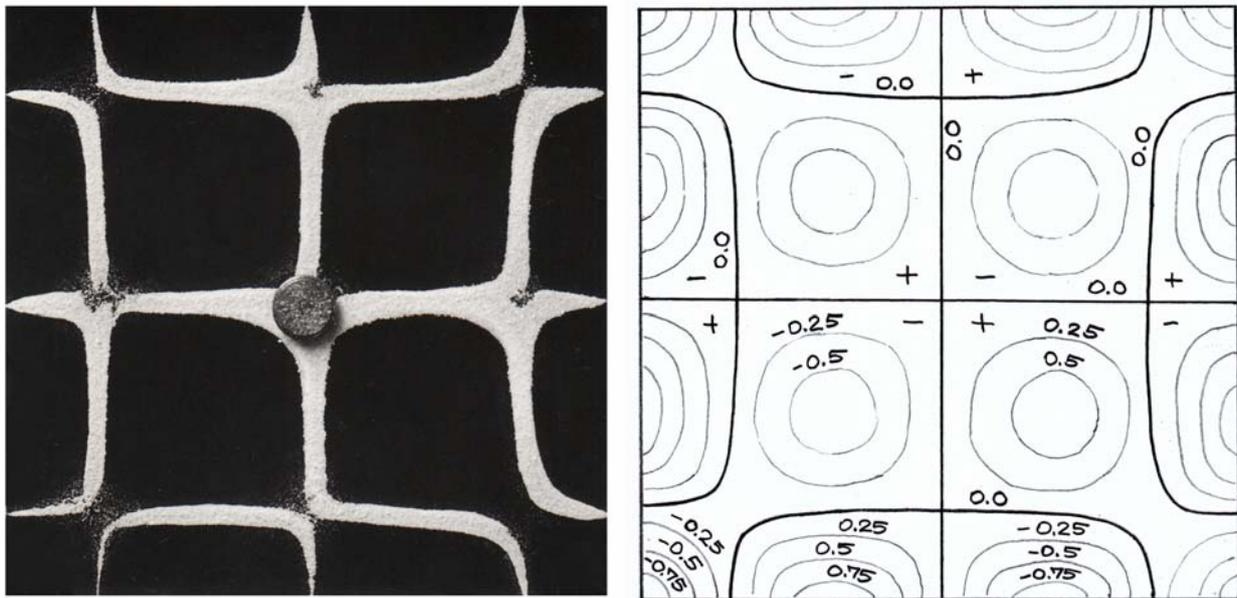


Abb. 5 links: beobachtete 3/3-Chladni-Figur ( $f = 1389$  Hz), Foto: Holger Mönch. rechts: berechnete Amplitudenverteilung für  $\lambda^2 = 156,24$  (Zeichnung nach [Lei 69], S. 107). Theoretische Eigenfrequenz  $f = 1410$  ( $\nu = 0,29$ ), entnommen Tabelle 2 bei[Bär 96].

Gemessen wurden von uns die Eigenfrequenzen bis zu einem Maximalwert von 2,7 kHz. Das zugehörige Chladni-Muster wurde skizziert und in einigen Fällen sogar fotografiert. Tabelle 1 zeigt die gemessenen Eigenfrequenzen  $f$  für quadratische Platten und die Zuordnung zu den Werten der Parameter  $\lambda^2$  und  $\varepsilon$ . Die Bezeichnung der Schwingungsmoden für quadratische Platten folgt dem von Chladni eingeführten und bei Bärnighausen angegebenen Schema: Es werden parallel zu den

Tabelle 1 Eigenfrequenzen  $f$  der Schwingungsmoden (Chladni-Figuren) **quadratischer** Stahlplatten (Seitenlänge  $a = 20$  cm, Dicke  $h = 1,5$  mm). Zur Bezeichnung der Moden (Spalte 1) siehe Text. Theoretische Werte des Frequenzparameters  $\lambda^2$  aus Tabelle 4.65 in [Lei 69], die des Parameters  $\varepsilon$  aus Tabelle 3 in [Bär 96]. Die theoretischen Werte von  $f$  (Spalte 4) wurden [Bär 96], Tabelle 2 entnommen. Sie wurden für eine Querkontraktionszahl  $\nu = 0,29$  berechnet. Bei den nicht bezeichneten Moden („-“ in Spalte 1) handelt es sich um Chladni-Figuren mit einem Knotenpunkt in der Mitte.

Mode	$\lambda^2$	$\varepsilon$	$f$ / Hz berechnet	$f$ / Hz gemessen				
				MönL	BurF	AndR	SchrH	The
2/0 a	19,6	1,413	182	178	177			178
2/1	35,16	1,882	322	325	317			320
2/1	35,16	1,882	322	322,5		315		
-				417				
3/0	61,09	2,489	564	555	575			600
3/1 s	77,59	2,797	712		690			710
-							800	
4/0 a	117,11	3,447	1080	1053	1037			1060
4/1	131,47	3,653	1210	1176			1200	1200
-					1268		1300	
3/3	156,24	3,941	1410	1389				1390
4/2 a	161,5	4,051	1490		1448	1450		
-						1810	1810	
5/0	199,88	4,484	1830					1850
4/3	227,68	4,678	1990	2000				
5/3 a	294,92	5,444	2697			2600		

Plattenkanten beliebige Geraden gelegt und die Schnittpunkte dieser Geraden mit den Knotenlinien gezählt – Kreuzungspunkte von Knotenlinien bleiben dabei unberücksichtigt. Die Maximalzahl der Schnittpunkte ist der erste Index, die minimale Anzahl der zweite Index. Aus Abb. 5 beispielsweise liest man ab, dass alle möglichen Parallelen zu den beiden Plattenkanten genau 3 Schnittpunkte

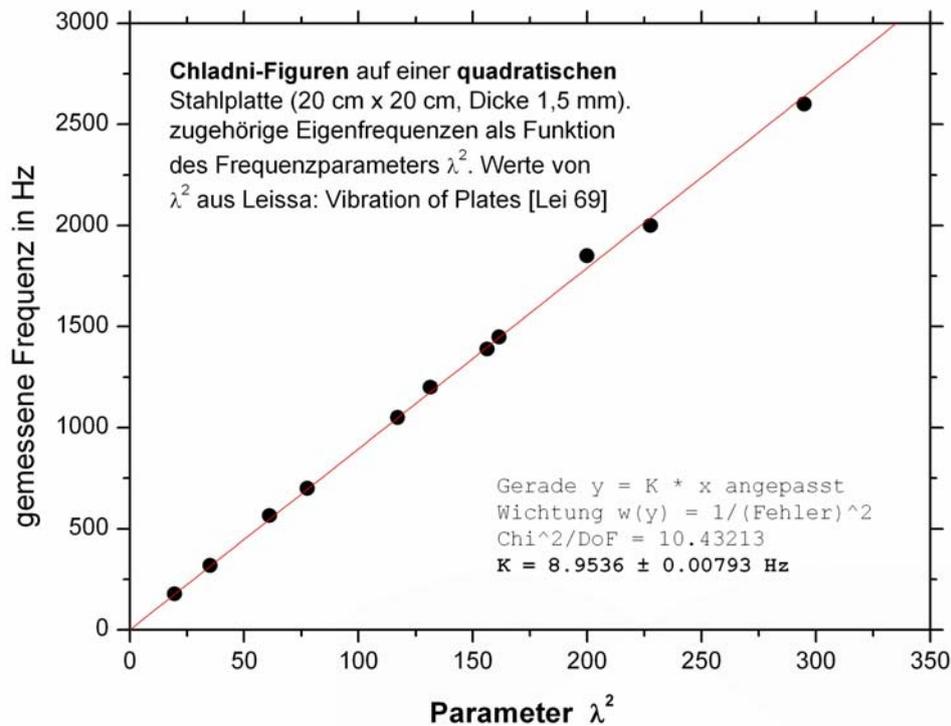


Abb. 6 Beobachtete Eigenfrequenzen der quadratischen Platte, aufgetragen als Funktion des Parameters  $\lambda^2$ . Definition von  $\lambda^2$  in Gl.(1)

haben. Hier sind also Maximal- und Minimalzahl identisch und gleich 3, daher die Bezeichnung 3/3. Tabelle 1 zeigt, dass unsere gemessenen Frequenzen bis auf Abweichungen von  $\pm 5\%$  mit den berechneten Werten übereinstimmen. Nach Gl. (3) sollten die gemessenen Frequenzen (bei richtiger Zuordnung der *Chladni*-Figuren) proportional zum Frequenzparameter  $\lambda^2$  sein. Abbildung 6 bestätigt das. Dort sind die gemessenen Frequenzen als Funktion des Parameters  $\lambda^2$  aufgetragen. Wie erwartet, liegen alle Punkte auf einer Gerade durch den Nullpunkt. Eine Anpassung nach der Methode der kleinsten Quadrate ergibt  $f/\lambda^2 = 8,95 \pm 0,01 \text{ Hz}$ . Dem gegenüber folgt aus Gl. (3) für unsere Platte mit der Seitenlänge  $a = 0,2 \text{ m}$ , der Dicke  $h = 1,5 \text{ mm}$  und den genannten Werten für  $E$ ,  $\rho$  und  $\nu (= 0,3)$  als theoretischer Wert  $f/\lambda^2 = 9,22 \text{ Hz}$ . Das heißt, unsere Messungen waren nicht ganz unphysikalisch – trotz der kurzen Zeit, in der sie ausgeführt werden mussten.

Das Ergebnis unserer Messung an kreisförmigen Platten ist in Tabelle 2 aufgeführt. Die Bezeichnung der Schwingungsmoden geht auch hier auf *Chladni* zurück. Es gibt wiederum zwei Indizes: Der erste bezeichnet die Anzahl der Knotendurchmesser, der zweite die Anzahl der Knotenkreise. Abbildung 4 zum Beispiel zeigt die Mode 3/1 (3 Knotendurchmesser, ein Knotenkreis). *Leissa* hat auch für diese Form der Platte Frequenzparameter  $\lambda^2$  angegeben ([Lei 96], Tabelle 2.5). Sie sind in Tabelle 2 aufgeführt (Spalte 3). Die theoretischen Werte der Eigenfrequenzen wurden der Arbeit von *Bärnighausen* entnommen (Tab. 1 in [Bär 96], dort die

Tabelle 2 Eigenfrequenzen  $f$  der Schwingungsmoden (*Chladni*-Figuren) für eine **kreisförmige** Metallplatte (Radius  $a = 10$  cm, Dicke  $h = 1,5$  mm). Die Moden werden hier mit den Indizes  $n$  und  $s$  ( $n =$  Anzahl der Knotendurchmesser,  $s =$  Anzahl der Knotenkreise) bezeichnet. Theoretische Werte des Frequenzparameters  $\lambda^2$  aus Tabelle 2.5 in [Lei 69]. Die theoretischen Werte von  $f$  wurden Tab. 1 in [Bär 96] entnommen. Sie gelten für eine Querkontraktionszahl  $\nu = 0,25$ . Bei der nicht bezeichneten Mode („–“ in Spalten 1 und 2) handelt es sich um eine *Chladni*-Figur mit einem *Knotenpunkt* in der Mitte (Foto im Anhang).

Mode		$\lambda^2$	$f$ / Hz <i>berechnet</i>	$f$ / Hz <i>gemessen</i>		
$n$	$s$			MönL	BurF	The
2	0	5,253	201	200	200	206
3	0	12,23	444	475	466	466
4	0	21,6	778		817	820
–	–			870		
5	0	33,1	1191		1258	1260
6	0	46,2	–			1760
2	1	35,25	1230	1280	1305	1310
3	1	52,91	1853	2000		1960
4	1	73,1	2574			2720

Spalte für  $\nu = 0,25$ ). Es zeigt sich, dass die gemessenen Werte von  $f$  mit den theoretisch berechneten innerhalb der Grenzen von  $\pm 8\%$  übereinstimmen. In Abb. 7 sind, wie im Fall der quadratischen Platten, die gemessenen Frequenzen als Funktion des Frequenzparameters  $\lambda^2$  aufgetragen. Auch hier ergibt sich, dass  $f$  und  $\lambda^2$  proportional zueinander sind. Die Anpassung einer Geraden durch den Nullpunkt liefert  $f/\lambda^2 = 37,84 \pm 0,06$  Hz, der theoretische Wert nach Gl. (3) ist 37,4 Hz. Also auch hier keine völlig abwegige Messung.

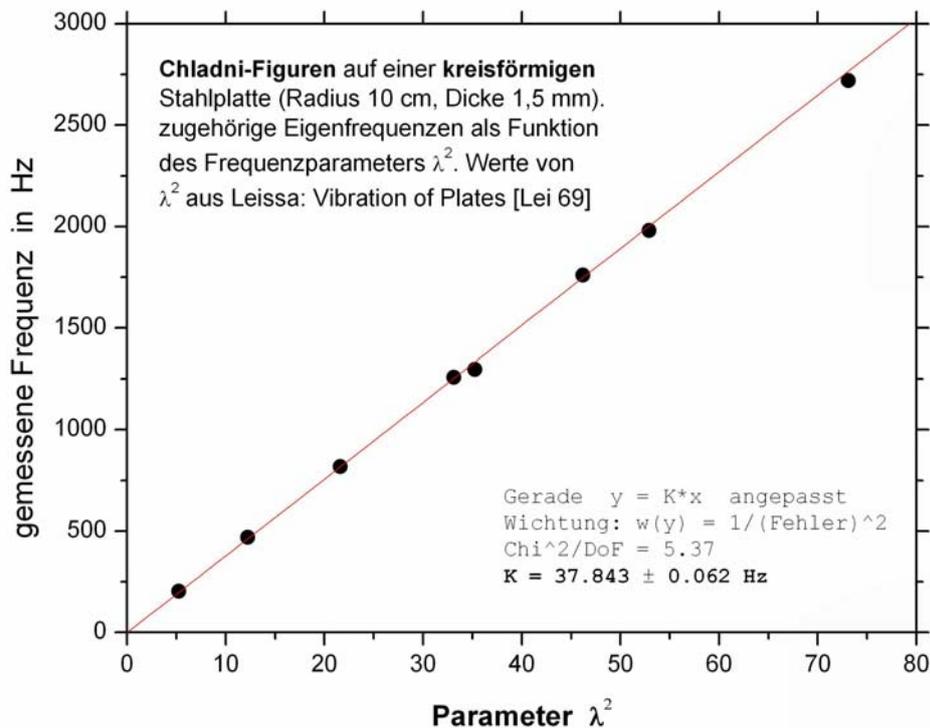


Abb. 7 Beobachtete Eigenfrequenzen der kreisförmigen Platte, aufgetragen als Funktion des Parameters  $\lambda^2$ . Definition von  $\lambda^2$  in Gl.(1)

Der Versuch *Chladni*-Figuren war bei den Schülern und Schülerinnen meiner Kurse sehr beliebt – wie schon gesagt. Im Nachhinein stelle ich fest, dass deren Messungen durchaus sinnvolle Ergebnisse geliefert haben. Auch meine Vermutungen bezüglich der Randbedingungen haben sich bestätigt. Leider lassen sich die Klangfiguren in der Schule wegen der anspruchsvollen Physik nicht quantitativ behandeln. Ihr durchaus ästhetischer Touch wird sie aber, so darf man hoffen, davor bewahren, „im Raritätenkabinett der Physik vergraben zu bleiben“<sup>5</sup> – wie *Bärnighausen* befürchtet.

## Anmerkungen

- <sup>1</sup> Benannt nach ihrem Entdecker *Ernst Florens Friedrich Chladni* (Physiker und Naturforscher, 1756-1827). *Chladni* war ein sehr geschickter und musikalisch begabter Experimentator. Leider war es ihm nicht vergönnt, auf einen Lehrstuhl als Physikprofessor berufen zu werden. Interessante Details zu seiner Vita in der Arbeit von *Bärnighausen* [Bär 96].
- <sup>2</sup> Vor Einführung des Zentralabiturs und der akribisch festgelegten Lehrpläne war es noch möglich, Schülerpraktika durchzuführen. Zwei der sechs Leistungskurstunden wurden dafür reserviert, dass Schüler(innen) in Gruppen zu zweit selbständig experimentierten. Tatort und -zeit: Gymnasium Odenkirchen in Mönchengladbach, 1980-er und 90-er Jahre.
- <sup>3</sup> Nach Wikipedia (Stichwort „Flageoletton“) wird die Flageolettechnik beim Spiel in den höheren Lagen auch zur „spieltechnischen Erleichterung“ benutzt. Wenn ich richtig höre, werden im Violinkonzert d-Moll op. 15 von *Benjamin Britten* sogar Doppelgriffe gespielt, bei denen einer der Töne ein Flageolett ist.
- <sup>4</sup> Der Göttinger Physiker *Walter Ritz* berechnete 1909 als erster die Eigenfrequenzen der quadratischen Platte [Ritz 09], und zwar näherungsweise mit Hilfe der *Variationsrechnung*. Das von ihm angewandte Verfahren („Ritzsches Variationsverfahren“) wird zum Beispiel zur Berechnung von Energie-Eigenwerten in der Quantenmechanik (Atom- und Kernphysik) benutzt. Es gehört zum Repertoire der Klausuraufgaben in dieser Disziplin.
- <sup>5</sup> Zitat aus der Arbeit von *Bärnighausen* [Bär 96].

## Literatur

- AndR     Anderheggen, Birger und Jürgen Rudolph: Praktikumsprotokoll
- Bär 96     Bärnighausen, Eckehard: Praxis der Naturwissenschaften – Physik **45**, S. 10 (1996)
- BurF     Burg, Jochen und Markus Fritsche: Praktikumsprotokoll
- Chla 87     Chladni, Ernst Florens Friedrich: Entdeckungen über die Theorie des Klanges. Leipzig 1787
- Chla 02     Chladni, Ernst Florens Friedrich: Die Akustik, Leipzig, 1802 (1. Auflage). Zweite Auflage: Leipzig, 1830, z.B. Bibliothek des Max-Planck- Instituts für Wissenschaftsgeschichte, <http://www.mpiwg-berlin.mpg.de/de/index.html>
- Chla 17     Chladni, Ernst Florens Friedrich: Neue Beyträge zur Akustik, Leipzig 1817

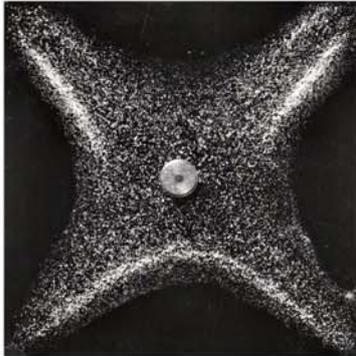
- Hör 10 Hörchens, Lars: Imaging of Material Inhomogeneities with Flexural Waves, Thesis, Delft University of Technology, Delft, 2010
- Igu 53 Iguchi, Shikazo: Die Eigenschwingungen und Klangfiguren der vierseitig freien rechteckigen Platte. In: Ingenieur-Archiv, **21**, S. 303 (1953)
- Kir 50 Kirchhoff, Gustav: Über die Schwingungen einer kreisförmigen elastischen Scheibe, Annalen der Physik und Chemie, 3. Reihe, **21. Bd**, 2. Stück, S. 258 (1850)
- Lei 69 Leissa, Arthur W.: Vibration of Plates, Scientific and Technical Information Division, NASA, Report SP-160, Washington, 1969
- MönL Mönch, Holger und Matthias Lichius: Praktikumsprotokoll
- Ritz 09 Ritz, Walter: Theorie der Transversalschwingungen einer quadratischen Platte mit freien Rändern, Annalen der Physik, 4. Folge, **Bd. 28**, No. 4, S. 737, 1909
- SchrH Schrey, Albert und Frank Homann: Praktikumsprotokoll
- The Theissen, Horst: eigene Aufzeichnungen

Anhang (nachfolgende Seiten)

Einige Chladni-Figuren, die von meinen Schülern/Schülerinnen beobachtet wurden. Die Fotos wurden von *Holger Mönch* angefertigt.

# Chladni-Figuren einer quadratischen Stahlplatte

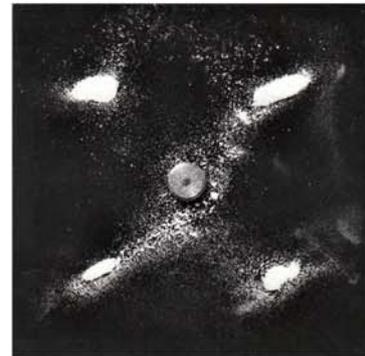
Seitenlänge des Quadrats 20 cm, Dicke der Platte 1,5 mm. Befestigung durch eine Schraube in der Mitte der Platte. Fotos: Holger Mönch



$f = 178$  Hz  
Mode 2/0 a



$f = 322,5$  Hz  
Mode 2/1 (1)



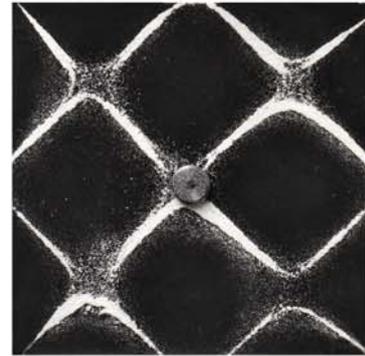
$f = 325$  Hz  
Mode 2/1 (2)



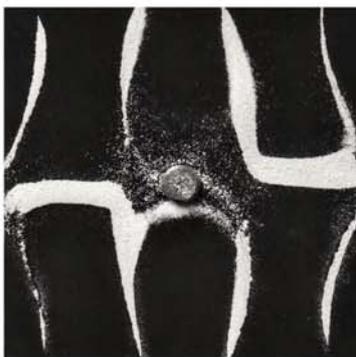
$f = 417$  Hz  
Mode -



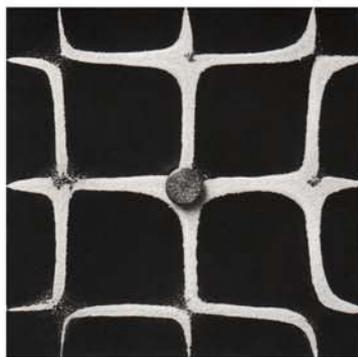
$f = 555$  Hz  
Mode 3/0



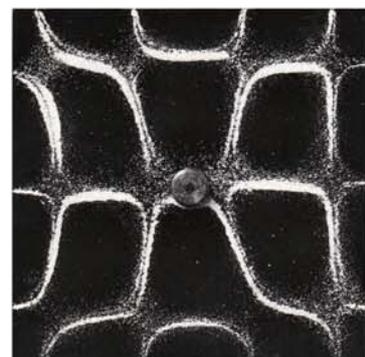
$f = 1053$  Hz  
Mode 4/0 a



$f = 1176$  Hz  
Mode 4/1

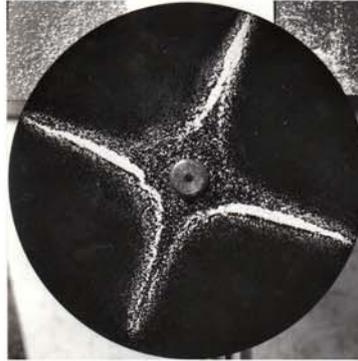


$f = 1389$  Hz  
Mode 3/3

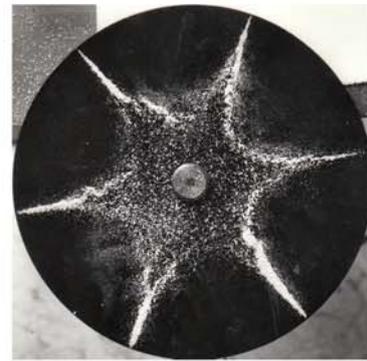


$f = 2000$  Hz  
Mode 4/3

Chladni-Figuren einer kreisförmigen Stahlplatte  
Radius 10 cm, Dicke 1,5 mm. Befestigung durch eine Schraube  
in der Mitte der Platte. Fotos: Holger Mönch



$f = 200$  Hz  
Mode 2/0



$f = 475$  Hz  
Mode 3/0



$f = 870$  Hz  
Mode -



$f = 1280$  Hz  
Mode 2/1



$f = 2000$  Hz  
Mode 3/1