

Barometrische Höhenformel

Eine Luftsäule der Höhe dz in der Atmosphäre übt auf eine Unterlage einen Druck dp aus, für den gilt

$$(1) \quad dp = -\rho g dz.$$

Dabei ist ρ die Dichte der Luft und g die Fallbeschleunigung ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$). Für eine isotherme Atmosphäre ist nach dem Boyle-Mariotte'schen Gesetz das Produkt aus Druck p und Volumen V konstant. Das heißt, es gilt $pV = p_0V_0$ oder $p/\rho = p_0/\rho_0$, wobei p_0 , V_0 und ρ_0 die Werte von Druck, Volumen und Dichte in einer Referenzhöhe sind. Als Referenzhöhe benutzt man in der Regel den Amsterdamer Pegel (Normal-Null, *NN*). Setzt man $p/\rho = p_0/\rho_0$ in Gleichung (1) ein, erhält man

$$(2) \quad \frac{dp}{p} = -\frac{\rho_0 g}{p_0} dz.$$

Diese Gleichung integriert man auf der linken Seite über p (mit den Grenzen p_0 und p) und auf der rechten Seite über z (von Null bis h) und erhält

$$(3) \quad \ln \frac{p}{p_0} = -\frac{\rho_0 g}{p_0} h.$$

Daraus folgt die bekannte barometrische Höhenformel, die den Verlauf des Luftdrucks p als Funktion der Höhe h über *NN* ($h = 0$) beschreibt

$$(4) \quad p = p_0 \cdot e^{-\frac{\rho_0 g h}{p_0}}.$$

Dabei sind $p_0 = 1013 \text{ mbar (hPa)}$ und $\rho_0 = 1,29 \text{ kg/m}^3$. Für kleine Werte von h entwickelt man die e -Funktion, also

$$e^{-\frac{\rho_0 g h}{p_0}} = 1 - \frac{\rho_0 g}{p_0} h + \dots$$

und schreibt dann näherungsweise

$$(5) \quad p = p_0 - \rho_0 g h$$

oder

$$\Delta p = p - p_0 = -\rho_0 g h.$$

Der Abfall des Luftdrucks Δp lässt sich schon für kleine Höhendifferenzen demonstrieren: In der Umgebung unseres Schulgebäudes beispielsweise gibt es einen Fluss, dessen Höhe laut topographischer Karte etwa 50 m über *NN* beträgt, während das Türmchen auf dem Dach des Gebäudes eine Höhe von ungefähr 100 m über *NN* hat. Nach Gleichung (5) folgt aus der Höhendifferenz $h = 50 \text{ m}$ eine Druckabnahme von etwa 6 mbar zwischen beiden Orten – also ein Wert, der mit normalen Dosenbarometern messbar sein sollte. Auf dem Weg zwischen Fluss und Türmchen auf dem Dach liegen drei weitere leicht zugängliche Orte, so dass wir den Luftdruck in

Tabelle 1

Ort	Höhe über NN	h / m	p / mbar	Δp / mbar
Niersbrücke	53 ± 1 m	0	1017,3	0
Mülgaustraße	60 ± 1 m	7	1016,3	$-0,93 \pm 0,21$
Haupteingang Gymnasium	73 ± 1 m	20	1014,7	$-2,23 \pm 0,26$
3. Stock Schulgebäude	90 ± 2 m	37	1013,0	$-4,37 \pm 0,29$
Turmzimmer Schulgebäude	104 ± 1 m	51	1012,0	$-5,73 \pm 0,35$

fünf verschiedenen Höhen messen konnten. Die Tabelle zeigt das Ergebnis der Messungen (mit unseren althergebrachten Dosenbarometern) und Abbildung 1 den Graphen Δp als Funktion von h .

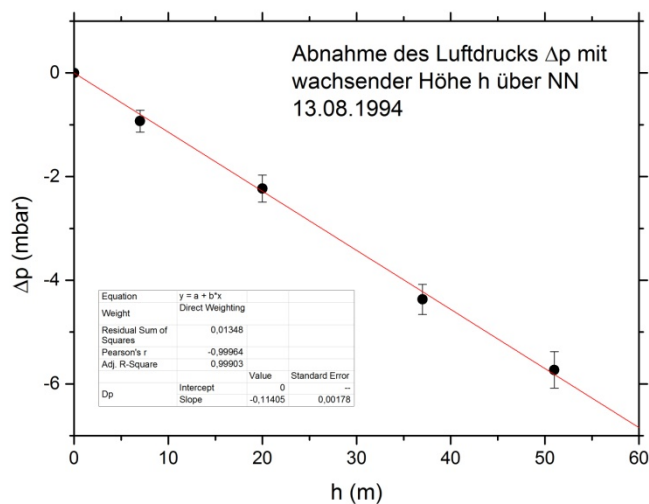


Abbildung 1 Abnahme Δp des Luftdrucks mit wachsender Höhe h über NN. Messung mit Schüler(innen) im Physikunterricht. Messwerte siehe Tabelle 1.

An die Messpunkte wurde eine Gerade angepasst, deren Steigung $-0,114$ mbar/m beträgt. Das heißt, der Luftdruck nimmt pro 8,8 m Höhenanstieg um 1 mbar ab. Nach Gleichung (5) ist die Steigung das Produkt aus Dichte ρ_0 und Fallbeschleunigung g . Aus dem Wert $0,114$ mbar/m = $0,114 \cdot 10^2$ N/m³ folgt damit für die Dichte der Luft $\rho_0 = (11,4 \text{ N/m}^3)/(9,81 \text{ N/kg}) = 1,2 \text{ kg/m}^3$, ein nicht unvernünftiger Wert.

Der Versuch war für die Schüler(innen) mehr Bewegungsübung als Physikunterricht (50 Höhenmeter Anstieg in wenigen Minuten). Er sollte zeigen, dass man physikalische Beobachtungen auch mit Alltagsgeräten machen kann – damals (1994) war das Dosenbarometer noch unentbehrlich für die Wettervorhersage.