Perfektes Quadrat

Ein Quadrat ist ein rechtwinkliges Viereck mit vier gleich langen Seiten. Ein *perfektes* Quadrat ist ein Quadrat, das sich vollständig in kleinere Quadrate aufteilen lässt, wobei keine zwei dieser Teilquadrate einander gleich sein dürfen – oder, etwas mathematischer formuliert:

Ein Quadrat, das sich in lauter paarweise verschieden große Quadrate zerlegen lässt, heißt *perfekt*.

Unter der Ordnung eines perfekten Quadrats versteht man die Anzahl der Teilquadrate, in die sich das Quadrat zerlegen lässt. Perfekte Quadrate zu finden, ist ein nicht triviales Problem. Trotzdem sind bisher viele perfekte Quadrate entdeckt worden[1]. Außerdem wurde schon früh ein Satz bewiesen, der besagt, dass es kein perfektes Quadrat der Ordnung kleiner als 21 geben kann. Es blieb aber zunächst ungeklärt, ob ein perfektes Quadrat der minimalen Ordnung 21 auch wirklich existiert. Genau dieses wurde 1978 von dem niederländischen Mathematiker *A. J. W. Duijvenstijn* [2] mit Computerhilfe entdeckt. Er bewies außerdem, dass es nur dieses eine von ihm entdeckte perfekte Quadrat der Ordnung 21 geben kann – die Abbildung zeigt es.

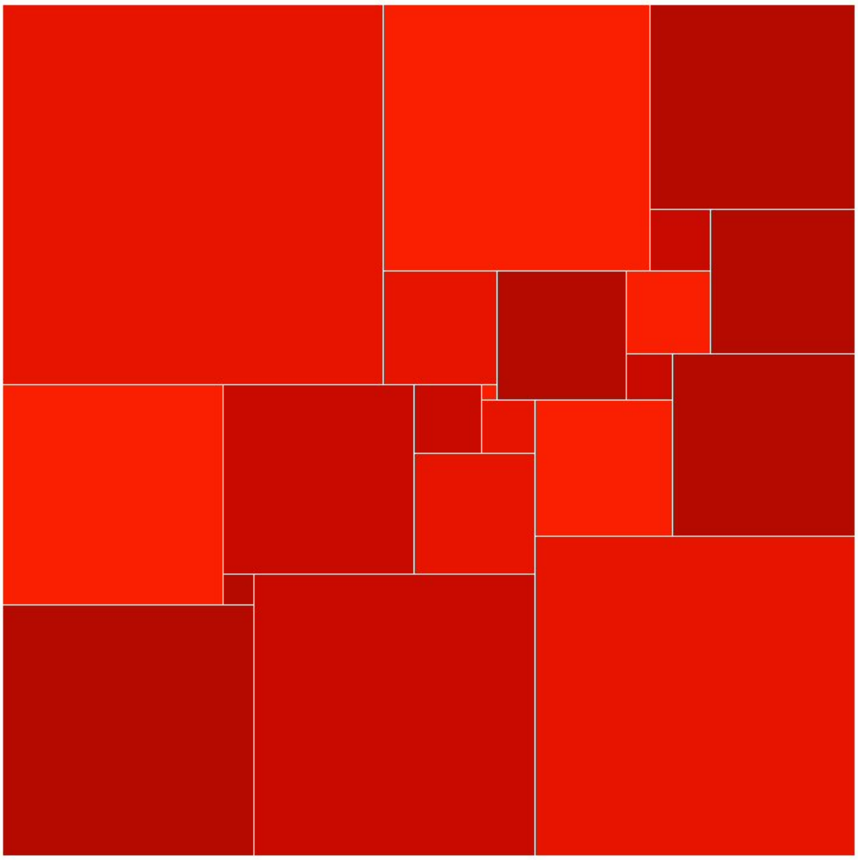

Abb. Minimales perfektes Quadrat. Es ist in 21 paarweise verschieden große Teilquadrate zerlegbar. Seine Kantenlänge beträgt 112.

Die Kantenlängen der Teilquadrate sind 2, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 15, 16, 17, 18, 19, 24, 25, 27, 29, 33, 35, 37, 42 und 50. Die Teilquadrate mit den Kantenlängen 33, 37 und 42 liegen an einer Seite des großen Quadrats an und sind benachbart, so dass die Kantenlänge des großen Quadrate 112 ist. Man rechnet leicht nach, dass $2^2 + 4^2 + 6^2 + 7^2 + ... + 42^2 + 50^2 = 112^2$.

Anmerkungen und Literatur

[1] Ein Katalog bisher entdeckter perfekter Quadrate enthält http://www.squaring.net/index.html.

Anregungen zum Arbeiten mit perfekten Quadraten findet man in *Beiler, A. H.*: Recreations in the Theory of Numbers, Dover, New York, 1964

[2] *Duijvestijn, A. J. W.*: A Simple Perfect Square of Lowest Order. *J. Combin. Th. Ser. B* **25**, 240-243, 1978.